文章编号:1000-4939(2023)06-1384-09

基于 Lade-Duncan 强度准则的软岩损伤本构模型研究

简兵希[1],陶铁军[1,2],贾健[1],谢财进[1],田兴朝[1],李国庆[1]

(1. 贵州大学土木工程学院,550025 贵阳;2. 贵州大学矿业学院,550025 贵阳)

摘 要:为研究损伤阈值对存在天然缺陷软岩损伤力学特性的影响,基于损伤阈值理论,结合修正的 Lade-Duncan 强度准则与弹性胡克定律,推导出软岩损伤阈值表达式,利用 Weibull 分布理论及 Lemaitre 应变等价理论构建软岩统计损伤本构模型,同时结合三轴压缩试验对其开展验证。研究结果表明:基于修正的 Lade-Duncan 强度准则与弹性胡克定律求解出的软岩损伤阈值过于保守,同时天然缺陷对岩石的轴向应变影响较大;以岩石中天然缺陷为修正变量,对损伤阈值进行修正后,软岩的损伤变化规律、破坏过程描述及应力-应变演化更贴合实际,验证了本研究软岩损伤本构模型的科学性、合理性。

关键词:Lade-Duncan 强度准则;损伤阈值;统计损伤模型;岩石力学;三参数 Weibull 分布

中图分类号:TU452　　**文献标志码**:A　　**DOI**:10.11776/j.issn.1000-4939.2023.06.019

Study on damage constitutive model of soft rock based on Lade-Duncan strength criterion

JIAN Bingxi[1], TAO Tiejun[1,2], JIA Jian[1], XIE Caijin[1], TIAN Xingchao[1], LI Guoqing[1]

(1. School of Civil Engineering, Guizhou University, 550025 Guiyang, China;
2. School of Mining College, Guizhou University, 550025 Guiyang, China)

Abstract: To study the influence of damage threshold on the damage mechanical properties of soft rock with natural defects, based on the damage threshold theory, combined with the modified Lade-Duncan strength criterion and the elastic Hooke's law, we derived the expression of the damage threshold of soft rock. The statistical damage constitutive model of soft rock is constructed by using Weibull distribution theory and Lemaitre strain equivalence theory, and verified by a triaxial compression test. The results show that the damage threshold of soft rock based on the modified Lade-Duncan strength criterion and elastic Hooke's law is too conservative, and the natural defects have a great influence on the axial strain of rock. Taking the natural defects in rock as modified variables, the damage variation law, failure process description, and stress-strain evolution of soft rock are more practical after modifying the damage threshold, which

---

收稿日期:2022-09-23　　**修回日期**:2022-11-01

基金项目:国家自然科学基金地区科学基金资助项目(No. 52064008);贵州省高层次创新型人才(百层次)资助项目(黔科合平台人才-GCC【2022】004-1)

通信作者:陶铁军,教授。E-mail:tjtao@gzu.edu.cn

引用格式:简兵希,陶铁军,贾健,等. 基于 Lade-Duncan 强度准则的软岩损伤本构模型研究[J]. 应用力学学报,2023,40(6):1384-1392.
JIAN Bingxi, TAO Tiejun, JIA Jian, et al. Study on damage constitutive model of soft rock based on Lade-Duncan strength criterion [J]. Chinese journal of applied mechanics, 2023, 40(6):1384-1392.

verifies the scientificity and rationality of the damage constitutive model of soft rock in this paper.

Key words: Lade-Duncan strength criterion; damage threshold; statistical damage model; rock mechanics; three parameter Weibull distribution

岩石是一种非均质的天然地质材料,页岩、砂岩等含油气岩石是典型的代表,其内部存在很多分布不规律的微裂缝和空隙,由于微观缺陷使得岩石的损伤破坏机制变得很复杂,在岩石发生损伤的过程中,其内部微裂缝的宽度与其长度存在复杂的关系[1],孔隙压力的增加也会造成有效应力系数的减小[2]。岩石微观缺陷可视作为损伤的实质性表现,针对于岩石本构模型的研究,是岩石力学研究领域中的一大重点,而现有针对于岩石损伤破坏本构模型的研究,多数是基于统计损伤理论。

关于岩石的损伤模型,前人从不同的角度建立了岩石的损伤本构模型。关顺等[3]分析了现有的分数阶流变本构模型在描述岩石损伤破坏时的不足,在分数阶微积分理论和统计损伤力学理论基础上,建立了简洁且准确的描述泥岩蠕变的新型损伤本构模型,并对其进行了验证;张超等[4]从岩石微元破坏的角度分对岩石破坏进行了研究,并基于微观损伤理论提出了已经破坏的微元体会对岩石引起非均匀性的函数假设,在该假设的基础上提出了岩石的损伤模型;刘文博[5]、鄢俊彪[6]、马秋峰等[7]从岩石破坏过程中的能量消耗角度出发,探讨岩石损伤演化规律及破坏变形特征,并提出了能够较好地描述岩石损伤破坏过程及其力学性能的损伤本构模型;SUN 等[8]基于压裂曲线的原位脆性评价方法,推导了页岩在现场应力和温度下的原位脆性,并验证了可以通过观察压裂曲线的波动来了解岩石的压裂特征等损伤状况;MA 等[9]利用 X 射线 CT(计算机断层扫描)扫描技术和损伤力学,提出了一种识别水合页岩损伤特征的新型表征方法;YU 等[10]基于损伤力学建立了渗透压下岩石损伤本构模型;LIU 等[11]定义了一种新颖的双重损伤热力学模型,并提出了双重损伤本构模型;李兵磊[12]、欧雪峰等[13]从冲击动力学的角度对岩石的损伤演化规律进行了研究,并建立了能够描述岩石应力-应变的损伤本构模型;王东等[14-15]基于岩石的破坏类型建立其损伤模型,并通过岩石的单轴及三轴压缩试验进行验证。刘德峰[16]、余洁等[17]对于不同围压下岩石的损伤演化规律及破坏特征进行研究,并建立岩石损伤模型;梁明纯等[18]考虑岩石在发生损伤破坏过程中所表现出来的剪胀扩容特性,基于损伤力学建立损伤模型。

学者从不同的角度建立的岩石损伤本构模型,在一定程度上推动了岩石力学的发展。但是随着研究的不断深入,学者对岩石的统计损伤模型进行了修正及优化,使其能够更好地描述岩石损伤演化规律以及岩石的力学特性。针对岩石损伤模型的修正主要从以下几个方面进行:①针对岩石的残余强度进行修正。XU[19]、李海槽[20]、张慧梅等[21]通过原有的损伤模型进行分析,发现其在峰后以及岩石残余强度的描述不足,引入相关的修正系数对岩石峰后阶段及其完全破坏后的残余强度进行了修正;②从岩石微元体的损伤破坏对岩石整体破坏的影响进行修正,张超等[4]考虑岩石微元体发生损伤时,对于岩石整体的影响提出一个修正系数;③从假设岩石微元破坏所服从的强度准则出发进行修正,TIAN[22]、田振元等[23]通过引入修正后的强度准则对岩石损伤模型进行修正;④针对岩石的不同赋存条件进行修正,祝凯等[24]针对岩石在不同的赋存条件下的岩石本构模型的研究,提出一个参数对损伤模型进行修正;⑤LI 等[25]加入反映应力下降速率的修正因子,建立了考虑应力下降特性的深脆性岩石损伤本构模型;⑥QU 等[26]引入损伤校正系数,对化学冻融砂岩在荷载作用下的总损伤进行修正。

关于岩石的损伤本构模型,以及对其进行相关修正的研究,国内外的研究学者取得了丰富的成果。基于修正 Lade-Duncan 强度准则来确定软岩损伤阈值,并建立损伤本构模型的研究成果较少。本研究将采用基于 Lemaitre 应变等价假设理论,考虑损伤阈值对软岩力学特性的影响,结合修正 Lade-Duncan 强度准则和弹性胡克定律推导损伤阈值的求解表达式,同时结合三轴压缩试验对求解表达式进行验证,运用数理统计分析中的多元线性回归拟合的方法求解出修正系数表达式,认为软岩微元的损伤破坏服从三参数的 Weibull 分布,以此建立软岩的损伤本构模型,引用三轴压缩试验对其进行验证。

1 试统计损伤本构模型

由于岩石的非均匀性,为了能够更好地描述岩石的破坏过程及其力学特性,所以当前针对岩石的损伤本构模型多数是基于概率统计理论和损伤力学理论而开展研究的。

1.1 损伤演化函数

岩石发生损伤的过程可看作为岩石微元逐渐发生损伤并积累的过程,当作用荷载达到某一水平时,将岩石整体划分为 N_t 个微元,设已经发生破坏的微元数为 N_d,定义统计损伤变量 D 为发生破坏的微元数与总微元数比值的表达式,即

$$D = \frac{N_d}{N_t} \tag{1}$$

在岩石加载的弹性阶段,认为其还未发生损伤,此时损伤变量 $D=0$。随着荷载的逐渐增加,应力也随着增大,此时其内部的微裂缝开始逐渐扩展,产生新的裂缝,岩石也开始发生损伤,即岩石微元发生损伤。认为岩石微元强度 F 服从 Weibull 概率分布,任意应变水平区间$[\varepsilon_1, \varepsilon_1 + d\varepsilon]$中发生破坏的微元数目为

$$dN_d = N_t p(\varepsilon_1) d\varepsilon_1 \tag{2}$$

由于岩石损伤破坏机制的复杂性,为了考虑损伤阈值对岩石力学特性的影响,采用三参数的 Weibull 概率分布,其比常规的 Weibull 分布多了一个损伤阈值参数 ε_{1d}。当岩石的轴向应变 ε_1 大于损伤阈值 ε_{1d} 时,其损伤量 D 的概率分布函数表达式为

$$p(\varepsilon_1) = \frac{m}{\varepsilon_0}\left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{1d}}{\varepsilon_0}\right)^{m-1}\exp\left[-\left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{1d}}{\varepsilon_0}\right)^m\right] \tag{3}$$

式中,m 和 ε_0 分别为概率分布函数的形状参数和尺度参数。

设岩石随围压加载到某一应力水平时,其已经发生损伤的微元数目 N_d 为

$$N_d = \int_0^{\varepsilon_1} N_t p(\varepsilon_1) d\varepsilon_1 \tag{4}$$

则损伤变量为

$$D = \begin{cases} 0, \varepsilon_1 \leqslant \varepsilon_{1d} \\ 1 - \exp\left[-\left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{1d}}{\varepsilon_0}\right)^m\right], \varepsilon_1 > \varepsilon_{1d} \end{cases} \tag{5}$$

1.2 Lade-Duncan 强度准则

现有常用的岩石强度准则,Morh-Coulomb 准则表达式简单方便,但其未考虑中主应力的影响;而 Drucker-Prager 准则是对 Morh-Coulomb 准则的近似,考虑了中主应力的影响,但其确定的岩石微元强度的合理性有限;Hoek-Brown 准则是根据现场经验而建立的,其随意性较大;而 Lade-Duncan 准则是针对无黏性土建立的,经过修正可以运用于 c-φ 材料,合理地考虑了中主应力的影响,可以较好地描述岩石的力学行为。岩石微元破坏强度准则服从 Lade-Duncan 强度准则,即

$$\frac{I_1^3}{I_3} = K = \frac{(3 - \sin\varphi)^3}{(1 + \sin\varphi)(1 - \sin\varphi)^2} \tag{6}$$

式中:K 为岩石的材料常数;φ (°)为内摩擦角;I_1、I_3 分别为应力第一、三次不变量,表达式为

$$\begin{cases} I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \end{cases} \tag{7}$$

式中,σ_1、σ_2、σ_3 (MPa)分别为大、中、小主应力。

该强度准则是由 Lade 和 Duncan 对大量的沙土三轴压缩试验结果的分析总结得出的关于沙土破坏强度的理论表达式,其主要适用于无黏性土。为了使其能够描述 c-φ 材料的力学特性,扩展其适用范围,EWY 等[27]通过引入黏结应力对其进行了修正。

$$\sigma_0 = c\cot\varphi \tag{8}$$

式中,c 为岩石的黏结力。

修正后的 Lade-Duncan 强度准则表达式为

$$\frac{I_1'^3}{I_3'} = K = \frac{(3 - \sin\varphi)^3}{(1 + \sin\varphi)(1 - \sin\varphi)^2} \tag{9}$$

$$\begin{cases} I_1' = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + 3\sigma_0 \\ I_3' = (\sigma_1 + \sigma_0)(\sigma_2 + \sigma_0)(\sigma_3 + \sigma_0) \end{cases} \tag{10}$$

联立式(9)和式(10),可得出岩石材料的 Lade-Duncan 强度准则表达式为

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_0}{\sigma_3 + \sigma_0} = \eta = \frac{1}{4}\left[\sqrt[3]{K} - 1 + \sqrt{(\sqrt[3]{K} - 1)^2 - 4}\right]^2 \tag{11}$$

$$\sigma_1 = \eta\sigma_3 + (\eta - 1)\sigma_0 \tag{12}$$

1.3 损伤阈值确定

岩石在加载过程中,当岩石的轴向应变未达到损伤阈值时,此时岩石微元处于弹性阶段且满足弹性胡克定律。

$$\varepsilon_1 = [\sigma_1 - \upsilon(\sigma_2 + \sigma_3)]/E \tag{13}$$

在常规的三轴试验中 $\sigma_2 = \sigma_3$，得

$$\varepsilon_1 = [\sigma_1 - 2\upsilon\sigma_3]/E \tag{14}$$

利用岩石在损伤阈值处的特殊性，当岩石的轴向应变处于损伤阈值时，岩石处于即将开始发生损伤的临界状态，此时的岩石仍处于弹性阶段，联立弹性胡克定律和修正的 Lade-Duncan 强度准则，推导出损伤阈值的求解表达式，即

$$\varepsilon_{1d} = [\eta\sigma_3 + (\eta - 1)\sigma_0 - 2\upsilon\sigma_3]/E \tag{15}$$

将式(15)代入式(5)，即可得到损伤变量 D 与轴向应变 ε_1 的关系表达式。引用软岩的试验数据对式(15)进行验证，材料参数和力学参数分别如表1和表2 所示。软岩 1、软岩 2 为多孔凝灰岩，其特点是质量轻、孔洞多、硬度不高。其力学行为具有弹塑性、应变硬化、应变软化和时间依赖性。无侧限抗压强度为1 ~20 MPa，其力学行为介于土壤和岩石之间。如图 1(a)所示，凝灰岩在相对低倍下呈碎屑集合状和团簇状；如图 1(b)所示，薄层被放大后，主体呈弯曲片层状结构。

表 1　软岩的材料参数

Tab. 1　Material parameters of soft rock

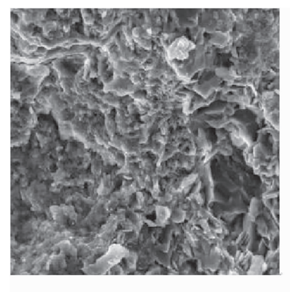
岩石	α_c	β_c	α_{fr}	β_{fr}	a	b
软岩 1[28]	9.135	0.241	2.657	0.792	0.092	1.085
软岩 2[29]	7.933	0.184	4.211	0.597	1.085	0.092

表 2　软岩的力学参数

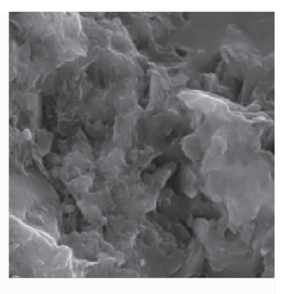
Tab. 2　Mechanical parameters of soft rock

岩石	E/MPa	υ	C/MPa	φ/(°)
软岩 1[28]	800	0.5	0.56	38.5
软岩 2[29]	950	0.5	0.76	26.5

通过式(15)计算得到的损伤阈值列于表 3。当 φ =38.5°时，运用修正 Lade-Duncan 强度准则求出来的损伤阈值过于保守，接近于峰值应力强度所对应的轴向应变值，并且当围压增大到一定程度时损伤阈值出现了异常，损伤阈值大于了峰值强度所对应的轴向应变，这与实际试验是不符合的；当 φ = 26.5°时，此时求出来的损伤阈值也是过于保守的，但是未出现异常数据。



(a) 凝灰岩的微观形貌



(b) 凝灰岩的片状聚集体

图 1　凝灰岩扫描电镜图[30]

Fig. 1　Scanning electron microscopic image of tuff[30]

针对以上问题，通过对 Lade-Duncan 强度准则以及岩石损伤破坏本构曲线的特征分析讨论，得出以下结论。

1) 由于 Lade-Duncan 强度准则一开始是针对于无黏性土而提出的，尽管修正的 Lade-Duncan 强度准则能够用于描述 c - φ 材料的强度特性，但是将该强度准则运用到 c - φ 材料时，很大概率会过高地预测其强度[31]，导致运用该强度准则求出来的损伤阈值会过于保守甚至出现异常的现象。根据试验数据求出的损伤阈值规律分析而进行修正，当内摩擦角较大时，计算得到的损伤阈值会距离峰值应力所对应的轴向应变更近，甚至在围压较大的时候，损伤阈值大于了峰值应力强度所对应的轴向应变，这与实际是不相符的，所以需要引入一个关于内摩擦角 φ 的衰减系数 A。

2) 从岩石损伤破坏本构曲线特征分析，岩石损伤破坏过程可分为空隙压密阶段、弹性变形阶段、破裂发展阶段、应变软化阶段和塑性流动阶段。在围压开始施加的初始阶段，岩石正处于空隙压密阶段，压密阶段产生的轴向应变也是损伤阈值偏大的一个原因，为削减这种影响提出了一个关于初始围压所产生的应变的削减参数 B。

表 3　修正前的损伤阈值

Tab. 3　Correction of the previous damage threshold

结果	软岩 1[28] (φ =38.50°)				软岩 2[29] (φ =26.50°)			
	0.5 MPa	1.0 MPa	1.5 MPa	2.0 MPa	0.5 MPa	1.0 MPa	1.5 MPa	2.0 MPa
损伤阈值	0.007 665 697	0.010 849 337	0.014 032 978	0.017 216 618	0.003 768 875	0.004 696 984	0.005 857 12	0.008 177 392
ε_c	0.011 31	0.011 77	0.012 23	0.012 69	0.010 942	0.011 31	0.011 77	0.012 69

根据以上分析讨论，本研究针对以修正 Lade-Duncan 强度准则求出来的损伤阈值进行关于内摩擦角 φ 和围压 σ_3 的修正，即

$$\varepsilon_{1d}' = A\varepsilon_{1d} - B \tag{16}$$

式中：ε_{1d}' 为修正后损伤阈值；$A = \cos\varphi$；$B = \dfrac{\sigma_3}{\bar{E}}$，其中 $\bar{E}$（MPa）是岩石在空隙压密阶段的一个加权平均变形模量，由试验数据可知，其与弹性模量存在一定的关系，$\bar{E} = CE$，C 则与围压 σ_3（MPa）存在一定的非线性关系，使用数理统计分析中的多元线性回归拟合的方法得如下表达式。

1）由软岩 1[28] 拟合得出

$$C = 1.077\,26\sigma_3^{\ 3} - 1.477\,64\sigma_3^{\ 2} + 0.302\,71\sigma_3 + 0.302\,71 \tag{17}$$

2）由软岩 2[29] 拟合得出

$$C = 2.220\,27\sigma_3^{\ 3} - 1.263\,96\sigma_3^{\ 2} + 0.188\,63\sigma_3 + 0.048\,13 \tag{18}$$

由式（16）求出的修正后的损伤阈值见表 4。

表 4 修正后的损伤阈值

Tab. 4 Modified damage threshold

结果	软岩 1[24]（φ = 38.5°）				软岩 2[25]（φ = 26.5°）			
	0.5 MPa	1.0 MPa	1.5 MPa	2.0 MPa	0.5 MPa	1.0 MPa	1.5 MPa	2.0 MPa
损伤阈值	0.005 745 93	0.007 912 856	0.009 790 794	0.010 775 567	0.002 964 31	0.003 595 476	0.004 359 251	0.005 082 74
ε_c	0.011 31	0.011 77	0.012 23	0.012 69	0.010 942	0.011 31	0.011 77	0.012 69

由图 2 可知，围压的存在可以有效抑制岩石损伤的产生。随着围压增大，修正前的损伤阈值逐渐接近峰值应力强度所对应的轴向应变 ε_c，当围压大于 1.2 MPa 时，修正前的软岩 1 损伤阈值大于了 ε_c，这与实际试验数据不相符。其一部分原因是由于 Lade-Duncan 强度准则会过高预测岩石的强度，导致理论计算得到的损伤阈值大于岩石实际的损伤阈值；另外一部分原因则是由于压密阶段产生的轴向应变，导致理论损伤阈值滞后的现象。修正后的损伤阈值相比于修正前的损伤阈值减少了 25.04% ~37.41%，根据软岩 1 模型验证可以看出，式（16）修正的损伤阈值较符合试验数据。

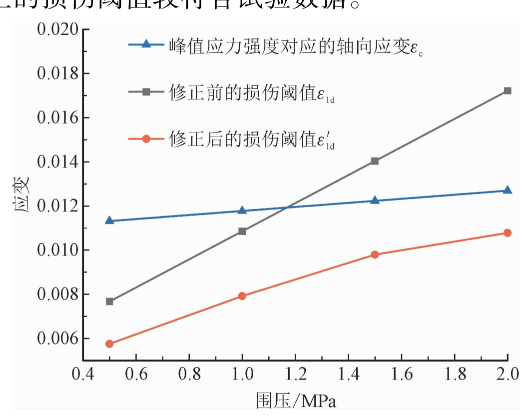


图 2 软岩 1 损伤阈值修正对比图

Fig. 2 Comparison chart of soft rock 1 damage threshold correction

由图 3 可知，随着围压的增长，软岩 2 的损伤阈值也逐渐增大，其增长速率大于峰值应力强度所对应的轴向应变 ε_c 的增长速率，逐渐接近于 ε_c，但其未出现大于 ε_c 的现象。修正后的损伤阈值相比于修正前的损伤阈值减少了 21.35% ~37.85%。根据软岩 2 模型验证，可知修正后的损伤阈值是更贴合实际的。

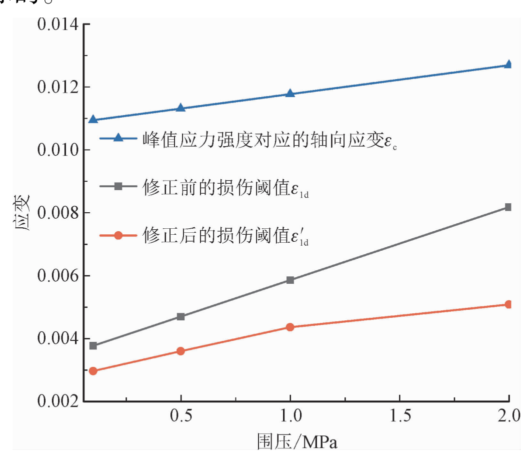


图 3 软岩 2 损伤阈值修正对比图

Fig. 3 Damage threshold correction comparison diagram of soft rock 2

1.4 统计损伤本构模型的建立

从微观的角度讨论分析了岩石的损伤机制，岩石的强度主要来源于黏结、摩擦强度。岩石发生损伤的初始阶段，其强度主要来源于黏结强度；随着荷载的增加和岩石损伤的积累，微裂缝发育并逐渐形成局部贯通，在力的作用下将会产生相对滑动，由于贯通截面的不规则性，必会产生滑动摩擦力，此时岩石的强度主要来源于摩擦强度；随着损伤的积累并达到岩石的破坏强度值时，岩石发生破坏，损伤变量 $D = 1$，处于塑性流动阶段。

由于岩石损伤机制的复杂性，为了简化模型参数起见，认为残余剪切强度 σ_{fr} 等于残余强度，基于此得到优化的 Lemaitre 应变等价性假设理论[20]，即

$$\sigma_1 = 2\upsilon\sigma_3 + [1 - D(\varepsilon_1)]E\varepsilon_1 + \sigma_{fr}D(\varepsilon_1) \tag{19}$$

式中：υ 为泊松比；E(MPa)为初始弹性模量。

结合式(16)、(15)、(5)，可得出本研究提出的岩石统计损伤本构模型，即

$$\sigma_1 = \begin{cases} 2\upsilon\sigma_3 + E\varepsilon_1, (\varepsilon_1 \leqslant \varepsilon_{1d}^{'}) \\ 2\upsilon\sigma_3 + E\varepsilon_1 \exp\left[-\left(\dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{1d}^{'}}{\varepsilon_0}\right)^m\right] + \\ \quad \sigma_{fr}\left(1 - \exp\left[-\left(\dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{1d}^{'}}{\varepsilon_0}\right)^m\right]\right), (\varepsilon_1 > \varepsilon_{1d}^{'}) \end{cases} \tag{20}$$

2　模型参数确定

三参数的 Weibull 概率分布需要确定 3 个参数，其中一个参数损伤阈值 ε_{1d} 可通过联立 Lade-Duncan 强度准则表达式和弹性胡克定律进行推导得出，即式(15)，剩下的 2 个参数 m 和 ε_0，则是根据应力-应变曲线特征点进行推导求解，其推导如下。

当轴向应变达到峰值应力所对应的轴向应变时，其切向斜率为 0，即

$$\left.\frac{\partial\sigma_1}{\partial\varepsilon_1}\right|_{\varepsilon_1 = \varepsilon_c} = 0 \tag{21}$$

结合式(20)和式(21)的微分结果化简，得

$$\frac{mE\varepsilon_c - m\sigma_{fr}}{\varepsilon_0}\left(\frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{1d}^{'}}{\varepsilon_0}\right)^{m-1} = E \tag{22}$$

当 $\varepsilon_1 = \varepsilon_c$ 时，其应力-应变应满足下式。

$$\sigma_c = 2\upsilon\sigma_3 + [1 - D(\varepsilon_c)]E\varepsilon_c + \sigma_{fr} \cdot D(\varepsilon_c) \tag{23}$$

式中，σ_c(MPa)为岩石的峰值强度。

通过联立式(22)和式(23)，得

$$m = -\frac{E(\varepsilon_c - \varepsilon_{1d})}{(E\varepsilon_c - \sigma_{fr})\left[\ln\left(\dfrac{\sigma_c - 2\upsilon\sigma_3 - \sigma_{fr}}{E\varepsilon_c - \sigma_{fr}}\right)\right]} \tag{24}$$

$$\varepsilon_0 = \left[\frac{(mE\varepsilon_c - m\sigma_{fr})(\varepsilon_c - \varepsilon_{1d})^{m-1}}{E}\right]^{1/m} \tag{25}$$

通过式(24)和(25)可知，2 个参数 m、ε_0 是关于围压 σ_3、残余剪切强度 σ_{fr}、峰值强度 σ_c 以及应变 ε_c 的函数表达式，其中参数 σ_{fr}、σ_c 与 σ_3 存在明显的非线性关系，参数 ε_c 与 σ_3 存在明显的线性关系，即

$$\sigma_c = \alpha_c\sigma_3^{\beta_c} \tag{26}$$

$$\sigma_{fr} = \alpha_{fr}\sigma_3^{\beta_{fr}} \tag{27}$$

$$\varepsilon_c = (a\sigma_3 + b)/100 \tag{28}$$

已经有学者对式(26)、(27)和(28)的适用性进行了相关的验证[20]。以上 3 个式子可以很好地描述峰值应力强度 σ_c、残余剪切强度 σ_{fr} 和峰值应力强度所对应的轴向应变 ε_c 与围压 σ_3 之间的变化关系，并在一定的程度上简化了计算过程。

3　模型验证

为了验证本研究提出的统计损伤本构模型(式 20)的适用性，引用 ADACHI[28] 和 ZHANG 等[29] 对 2 种不同软岩的三轴压缩试验结果与模型曲线进行对比分析，预测模型参数见表 5。

表 5　预测模型参数

Tab. 5　Prediction model parameters

参数	软岩 1[28]				软岩 2[29]			
	0.5 MPa	1.0 MPa	1.5 MPa	2.0 MPa	0.5 MPa	1.0 MPa	1.5 MPa	2.0 MPa
m_0	2.138 095 529	2.172 577 355	1.445 730 217	0.984 961 375	1.236 412 577	1.259 212 139	1.525 271 714	0.634 856 159
ε_0	0.010 141 095	0.007 908 758	0.006 940 419	0.006 969 095	0.008 889 439	0.009 520 286	0.007 375 894	0.002 219 906

软岩 1[28] 的三轴压缩试验偏应力-应变数据和模型预测曲线见图 4。可以看出，统计损伤本构模型可以较准确地预测岩石损伤破坏过程及其力学特性，尤其是修正后损伤阈值与实际试验数据也是较吻合的。在不同围压下的软岩 1 损伤演化规律如图 5。从图 5 中可以得出，岩石在不同围压下的损伤演化规律，在岩石处于弹性阶段时，损伤变量 $D = 0$，随着围压施加的时间增长，岩石开始发生损伤，其损伤变量 D 也逐渐开始积累并最后趋近于 1，力学性能也开始逐渐衰减。在不同的围压下，岩石的损伤演化规律是有所不同的，随着围压的增大，岩石的损伤阈值也逐渐增大，岩石的损伤变量的变化速率逐渐变缓。

软岩 2[29] 的三轴压缩试验的偏应力-应变数据

以及模型预测曲线见图6。可以看出,模型预测曲线与试验数据是基本吻合的,较好地预测了岩石损伤破坏的过程。图7则是软岩2在不同围压下的损伤规律演变曲线,其损伤变量随轴向应变逐渐增长,并趋近于1。其再一次验证本研究提出的统计损伤本构模型的合理性,并且更进一步验证了其广泛的适用性。

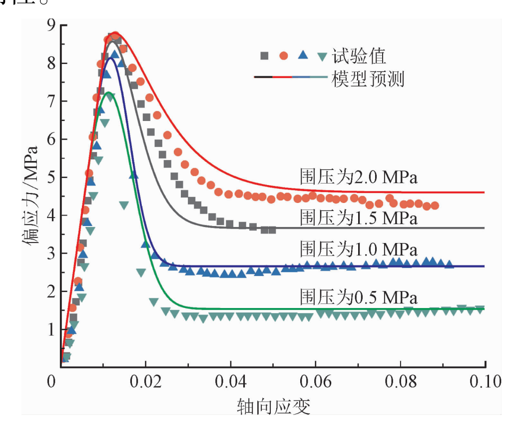


图4 软岩1模型预测与试验数据图

Fig. 4 Soft rock 1 model prediction and test data diagram

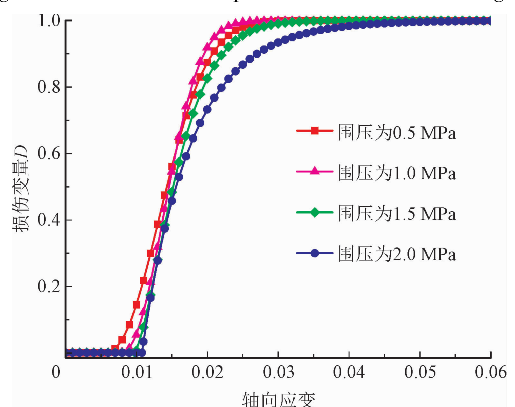


图5 在不同围压下的软岩1损伤规律演化图

Fig. 5 Damage evolution of soft rock 1 under different confining pressures

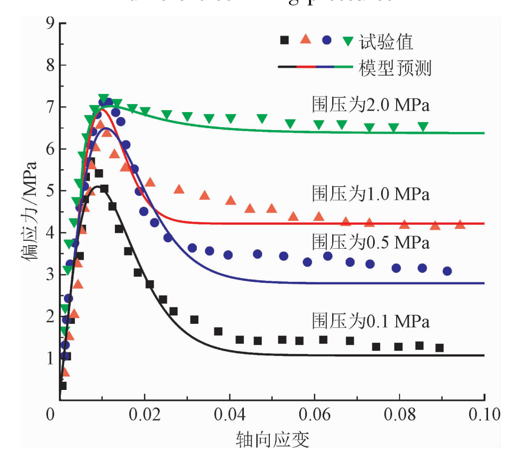


图6 软岩2模型预测与试验数据图

Fig. 6 Diagram of soft rock 2 model prediction and test data

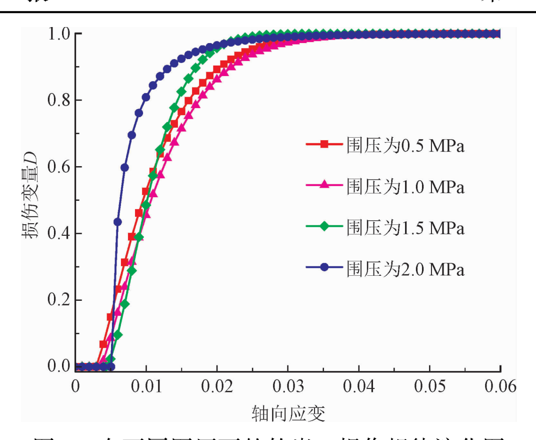


图7 在不同围压下的软岩2损伤规律演化图

Fig. 7 Damage evolution of soft rock 2 under different confining pressures

4 结 论

为考虑损伤阈值的影响,以损伤阈值理论为基础,本研究将Lade-Duncan强度准则与弹性胡克定律结合确定损伤阈值,对其确定的损伤阈值的缺陷进行讨论分析并进行了修正,并根据修正后的Lemaitre应变等价性理论和Weibull概率分布理论建立了软岩的统计损伤本构模型。得出以下结论。

1)本研究建立的软岩统计损伤本构模型,考虑了损伤阈值对岩石力学特性的影响,认为岩石在达到损伤阈值时才会发生损伤,其模型曲线较好地吻合了试验数据,能较好地描述软岩在三轴压缩下的破坏过程和应力-应变关系,是一个简洁且准确的表达式。

2)通过联立Lade-Duncan强度准则和弹性胡克定律推导出的损伤阈值求解表达式,引用软岩的三轴压缩试验数据对其进行验证,其求解出来的损伤阈值过于保守。

3)针对损伤阈值过于保守,建立修正表达式对其进行修正,精度提高了21.35% ~37.85%,修正以后的损伤阈值更接近于实际。

参考文献:

[1] DU S H. Characteristics and the formation mechanism of the heterogeneous microfractures in the tight oil reservoir of Ordos Basin, China[J]. Journal of petroleum science and engineering, 2020, 191:107176.

[2] DU S H. Anisotropic rock poroelasticity evolution in ultra-low permeability sandstones under pore pressure, confining pressure, and temperature: experiments with Biot's coefficient[J]. Acta geologica Sinica-English edition, 2021, 95(3):937-945.

[3] 关顺,王来贵,孙闯. 岩石分数阶统计损伤流变本构模型[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版),2021,40(6):518-524.
GUAN Shun, WANG Laigui, SUN Chuang. Fractional statistical damage rheological constitutive model of rock [J]. Journal of Liaoning Technical University (natural science), 2021, 40 (6): 518-524(in Chinese).

[4] 张超,杨期君,曹文贵. 考虑峰值后区应力跌落速率的脆岩损伤本构模型研究[J]. 岩土力学,2019,40(8):3099-3106.
ZHANG Chao, YANG Qijun, CAO Wengui. Study of damage constitutive model of brittle rock considering post-peak stress dropping rate[J]. Rock and soil mechanics, 2019, 40 (8): 3099-3106 (in Chinese).

[5] 刘文博,孙博一,陈雷,等. 一种基于弹性能释放率的岩石新型统计损伤本构模型[J]. 水文地质工程地质,2021,48(1):88-95.
LIU Wenbo, SUN Boyi, CHEN Lei, et al. A statistical damage constitutive rock model based on elastic energy release rate[J]. Hydrogeology & engineering geology, 2021, 48(1):88-95(in Chinese).

[6] 鄢俊彪,邹宗兴,王飞,等. 基于三剪能量屈服准则的应变软化岩石统计损伤本构模型研究[J]. 安全与环境工程,2020,27(6):68-73.
YAN Junbiao, ZOU Zongxing, WANG Fei, et al. Statistical damage constitutive model of strain softening rock based on triple shear energy yield criterion [J]. Safety and environmental engineering, 2020, 27(6):68-73(in Chinese).

[7] 马秋峰,刘志河,秦跃平,等. 基于能量耗散理论的岩石塑性-损伤本构模型[J]. 岩土力学,2021,42(5):1210-1220.
MA Qiufeng, LIU Zhihe, QIN Yueping, et al. Rock plastic-damage constitutive model based on energy dissipation[J]. Rock and soil mechanics, 2021, 42(5):1210-1220(in Chinese).

[8] SUN F Q, DU S H, ZHAO Y P. Fluctuation of fracturing curves indicates in-situ brittleness and reservoir fracturing characteristics in unconventional energy exploitation [J]. Energy, 2022, 252: 124043.

[9] MA T S, YANG C H, CHEN P, et al. On the damage constitutive model for hydrated shale using CT scanning technology[J]. Journal of natural gas science and engineering, 2016, 28:204-214.

[10] YU M Y, LIU B G, CHU Z F, et al. Permeability, deformation characteristics, and damage constitutive model of shale under triaxial hydromechanical coupling[J]. Bulletin of engineering geology and the environment, 2022, 81(3):85.

[11] LIU L Y, JI H G, ELSWORTH D, et al. Dual-damage constitutive model to define thermal damage in rock[J]. International journal of rock mechanics and mining sciences, 2020, 126:104185.

[12] 李兵磊,远彦威,曹洋兵,等. 冲击载荷下灰岩的动力学特性及能量耗散规律[J]. 金属矿山,2021(8):61-66.
LI Binglei, YUAN Yanwei, CAO Yangbing, et al. Dynamic characteristics and energy dissipation law of limestone under impact loading[J]. Metal mine, 2021(8):61-66(in Chinese).

[13] 欧雪峰,张学民,张聪,等. 冲击加载下板岩压缩破坏层理效应及损伤本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报,2019,38(增刊2):3503-3511.
OU Xuefeng, ZHANG Xuemin, ZHANG Cong, et al. Study on bedding effect and damage constitutive model of slate under compressive dynamic loading[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2019, 38(S2):3503-3511(in Chinese).

[14] 王东,张婧,陈强,等. 基于 3 种破坏类型的岩石损伤软化统计模型[J]. 岩石力学与工程学报,2015,34(增刊2):3759-3765.
WANG Dong, ZHANG Jing, CHEN Qiang, et al. Damage softening statistic model of rock based on three failure types[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2015, 34 (S2): 3759-3765(in Chinese).

[15] 王东,刘长武,王丁,等. 基于破坏类型的本溪灰岩本构关系研究[J]. 四川大学学报(工程科学版),2013,45(2):62-67.
WANG Dong, LIU Changwu, WANG Ding, et al. Research on the constitutive relation of benxi limestone based on failure types[J]. Journal of Sichuan University(engineering science edition), 2013, 45(2):62-67(in Chinese).

[16] 刘德峰,刘长武,郭兵兵,等. 不同围压下灰岩力学特性及破坏力学模型研究[J]. 四川大学学报(工程科学版),2016,48(增刊2):8-12.
LIU Defeng, LIU Changwu, GUO Bingbing, et al. Study on mechanical characteristics and failure mechanics model for the limestone under different confining pressures[J]. Journal of Sichuan University (engineering science edition), 2016, 48 (S2): 8-12 (in Chinese).

[17] 余洁,刘晓辉,郝齐钧. 不同围压下煤岩声发射基本特性及损伤演化[J]. 煤田地质与勘探,2020,48(3):128-136.
YU Jie, LIU Xiaohui, HAO Qijun. Acoustic emission characteristics and damage evolution of coal-rock under different confining pressures[J]. Coal geology & exploration, 2020, 48 (3): 128-136 (in Chinese).

[18] 梁明纯,苗胜军,蔡美峰,等. 考虑剪胀特性和峰后形态的岩石损伤本构模型[J]. 岩石力学与工程学报,2021,40(12):2392-2401.
LIANG Mingchun, MIAO Shengjun, CAI Meifeng, et al. A damage constitutive model of rock with consideration of dilatation and post-peak shape of the stress-strain curve[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2021, 40 (12): 2392-2401 (in Chinese).

[19] XU X L, KARAKUS M, GAO F, et al. Thermal damage constitutive model for rock considering damage threshold and residual strength [J]. Journal of Central South University, 2018, 25 (10): 2523-2536.

[20] 李海潮,张升. 基于修正 Lemaitre 应变等价性假设的岩石损伤模型[J]. 岩土力学,2017,38(5):1321-1326.
LI Haichao, ZHANG Sheng. A constitutive damage model of rock based on the assumption of modified Lemaitre strain equivalence hypothesis[J]. Rock and soil mechanics, 2017, 38(5):1321-1326 (in Chinese).

[21] 张慧梅,刘小宁,彭川,等. 考虑残余强度影响的岩石损伤本构模型[J]. 力学与实践,2018,40(1):51-55.

ZHANG Huimei, LIU Xiaoning, PENG Chuan, et al. A damage constitutive model of rock with consideration of residual strength[J]. Mechanics in engineering, 2018, 40(1): 51-55(in Chinese).

[22] TIAN Z Y, WANG W, LI X H, et al. A statistical damage constitutive model for brittle rocks based on the Lade-Duncan failure criterion[J]. Advanced materials research, 2014, 919: 632-636.

[23] 田振元,王伟,朱其志,等. 基于Lade-Duncan强度准则的统计损伤本构模型及其修正研究[J]. 科学技术与工程,2014,14(35):104-108.

TIAN Zhenyuan, WANG Wei, ZHU Qizhi, et al. A statistical damage constitutive model and its modifying method based on Lade-Duncan failure criterion[J]. Science technology and engineering, 2014, 14(35): 104-108(in Chinese).

[24] 祝凯,胡斌,寇天,等. 不同赋存环境下灰岩三轴压缩试验及本构模型研究[J]. 科学技术与工程,2016,16(20):253-258.

ZHU Kai, HU Bin, KOU Tian, et al. Study on trixial tests of limestone under different conditions and its constitutive model[J]. Science technology and engineering, 2016, 16(20): 253-258(in Chinese).

[25] LI F, YOU S, JI H G, et al. Study of damage constitutive model of brittle rocks considering stress dropping characteristics[J]. Advances in civil engineering, 2020, 2020: 8875029.

[26] QU D X, LI D K, LI X P, et al. Damage evolution mechanism and constitutive model of freeze-thaw yellow sandstone in acidic environment[J]. Cold regions science and technology, 2018, 155: 174-183.

[27] EWY R T. Wellbore-stability predictions by use of a modified lade criterion[J]. SPE drilling & completion, 1999, 14(2): 85-91.

[28] ADACHI T, OGAWA T. Mechanical properties and failure criterion of soft sedimentary rock[J]. Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers, 1980, 1980(295): 51-63.

[29] ZHANG F, YASHIMA A, NAKAI T, et al. An elasto-viscoplastic model for soft sedimentary rock based on TIJ concept and subloading yield surface[J]. Soils and foundations, 2005, 45(1): 65-73.

[30] 孙付来. 澜沧老厂铅矿高膨胀易垮塌凝灰岩的微观结构研究[D]. 昆明:昆明理工大学,2018.

[31] ZHANG L Y, CAO P, RADHA K C. Evaluation of rock strength criteria for wellbore stability analysis[J]. International journal of rock mechanics and mining sciences, 2010, 47(8): 1304-1316.

(编辑 李坤璐)